

Delkapittel 8.5

oppgave 1

Finn gjennomsnittsverdi

$$\bar{y} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

a) $y = f(x) = 4x + 1 \quad 0 \leq x \leq 2$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{1}{2-0} \int_0^2 (4x+1) dx \\ &= \frac{1}{2} \left[2x^2 + x \right]_0^2 = \frac{1}{2} (8+2) = \frac{10}{2} = \underline{\underline{5}} \end{aligned}$$

b) $y = f(x) = e^x \quad -2 \leq x \leq 2$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{1}{2-(-2)} \int_{-2}^2 e^x dx \\ &= \frac{1}{4} \left[e^x \right]_{-2}^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4} (e^2 - e^{-2})}} \end{aligned}$$

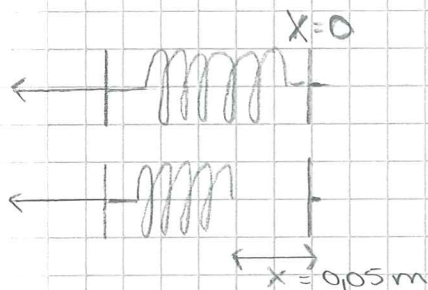
c) $y = f(x) = \sin x \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{1}{\frac{\pi}{2}-0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \\ &= \frac{2}{\pi} \left[-\cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} (0+1) = \underline{\underline{\frac{2}{\pi}}} \end{aligned}$$

oppgave 2

Fjærstivhet $k = 20 \text{ N m}^{-1}$

Hvor stort er arbeidet når en spiralfjær presses sammen $0,05 \text{ m}$?



Definerer kraften F som:

$$F(x) = kx$$

der

$$k = 20 \text{ N/m}$$

x = forkortelsen av fjæren

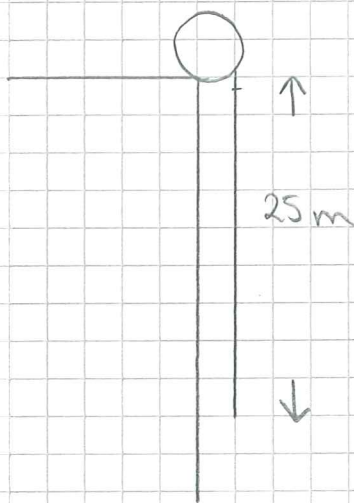
$$W = \int_0^{0,05} 20x \, dx = \left[10x^2 \right]_0^{0,05}$$

$$= \underline{\underline{0,025 \text{ J}}}$$

o: Jeg flytter angrepunktet fra $x=0$ til $x=0,05$ med en kraft $F(x) = kx = 20x$

$$W = \int_a^b F(x) \, dx = \int_0^{0,05} 20x \, dx$$

Oppgave 4



X - Wiren på 25 m med massetetthet $\rho = 2,0 \text{ kg/m}$
 Skal heles opp.

- Vi skal finne arbeidet som kreves!

Kraften varierer mhp på lengden på wiren

$$F = m \cdot g$$

der

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$m = \rho \cdot x$$

X = lengden på wiren
 ρ = massetetthet

$$W = \int_0^{25} \rho g x \, dx = \rho g \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{25}$$

$$= 9,8 \cdot 25^2 = \underline{\underline{6125 \text{ Nm}}}$$

oppgave 17

En partikkel starter i origo ($t=0$) og beveger seg rettlinjet med gitt fart v .

Bestem tilbakelagt veilengde fra $t=t_1$ til $t=t_2$ i hvert tilfelle

a) $v = 3t + 1$; 0, 3

Har at:

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t) dt \\ &= \int (3t + 1) dt = \frac{3}{2} t^2 + t + C \end{aligned}$$

Vet at: $x(0) = 0$

Dette gir at:

$$\begin{aligned} x(0) &= \frac{3}{2} 0^2 + 0 + C = 0 \\ C &= 0 \end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{3}{2} t^2 + t$$

$$x(3) = \frac{3}{2} \cdot 3^2 + 3 = \frac{27}{2} + \frac{6}{2} = \underline{\underline{\frac{33}{2} \text{ m}}}$$

$$\text{Tilbakelagt veilengde blir: } x(3) - x(0) = \frac{33}{2} \text{ m} - 0 \text{ m} = \underline{\underline{\frac{33}{2} \text{ m}}}$$

oppgave 17

$$b, v = 2t^2 - 3 ; 2,5$$

Har at:

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t) dt \\ &= \int (2t^2 - 3) dt = \frac{2}{3} t^3 - 3t + c \end{aligned}$$

Vet at: $x(0) = 0$

Dette gir at:

$$\begin{aligned} x(0) &= \frac{2}{3} 0^3 - 3 \cdot 0 + c = 0 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{2}{3} t^3 - 3t$$

$$x(2) = \frac{2}{3} \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 = \frac{16}{3} - 6 = -\frac{2}{3} \text{ m}$$

$$x(5) = \frac{2}{3} \cdot 5^3 - 3 \cdot 5 = \frac{250}{3} - 15 = \frac{205}{3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Tilbakelagt veilengde blir : } x(5) - x(2) &= \frac{205}{3} \text{ m} - \left(-\frac{2}{3}\right) \text{ m} \\ &= \frac{207}{3} \text{ m} = \underline{\underline{69 \text{ m}}} \end{aligned}$$

oppgave 18

En partikkel starter i origo ($t=0$) med fart v_0 og beveger seg rettlinjet med gitt akselerasjon a .

Finn tilbakelagt veilengde s uttrykt ved t

a) $a = 9,8$ og $v_0 = 3$

$$v(t) = \int a(t) dt = \int 9,8 dt = 9,8t + c$$

Vet at: $v(0) = 9,8 \cdot 0 + c = 3$

$$c = 3$$

$$v(t) = 9,8t + 3$$

$$x(t) = \int v(t) dt = \int (9,8t + 3) dt = \frac{9,8}{2} t^2 + 3t + c$$

Vet at: $x(0) = \frac{9,8 \cdot 0^2}{2} + 3 \cdot 0 + c = 0$

$$c = 0$$

$$x(t) = \frac{9,8}{2} t^2 + 3t = \underline{\underline{4,9t^2 + 3t}}$$