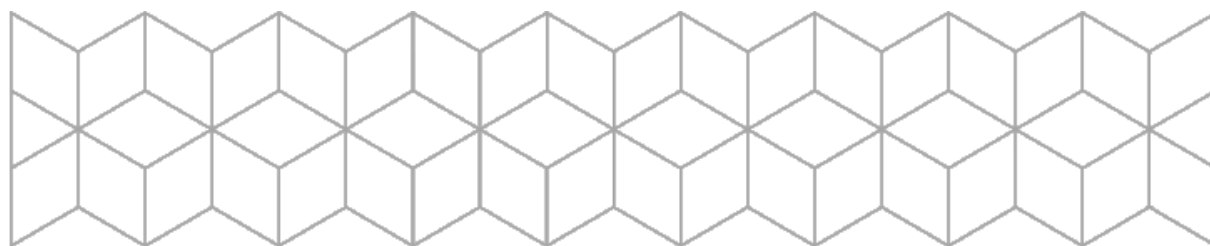


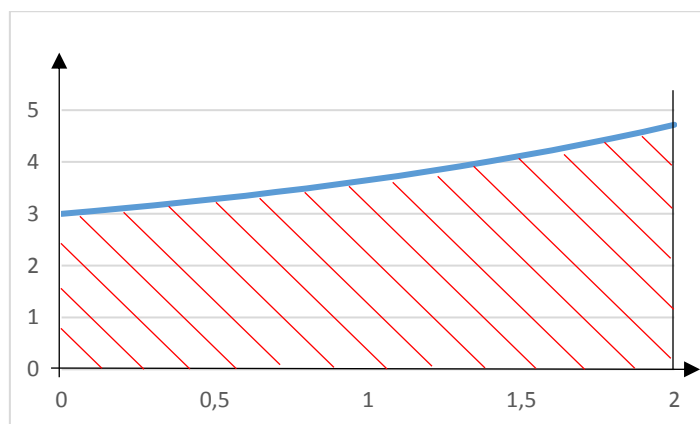
EKSAMEN – løsningsforslag

Emnekode: ITD15013	Emnenavn: Matematikk 1 – andre deleksamen
Dato: 18. mai 2016	Eksamenstid: 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. Kalkulator er ikke tillatt.	Faglærer: Christian F Heide
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og to vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Oppgavesettet består av 7 oppgaver med i alt 11 deloppgaver. Ved sensur vil alle deloppgaver telle omtrent like mye. Der det er mulig skal du: • vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene • begrunne dine svar	
Sensurfrist: 8. juni 2016 Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb	



Oppgave 1

Figuren viser grafen til funksjonen $f(x) = 2 + e^{\frac{1}{2}x}$.



- a) Finn arealet av flaten under denne grafen mellom $x = 0$ og $x = 2$, altså arealet av det skraverte området.

Dette arealet er

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (2 + e^{\frac{1}{2}x}) dx = \int_0^2 2 dx + \int_0^2 e^{\frac{1}{2}x} dx = \\ &= [2x]_0^2 + [2e^{\frac{1}{2}x}]_0^2 = (2 \cdot 2 - 2 \cdot 0) + (2 \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 2 \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot 0}) = \\ &= 4 + 2e^1 - 2e^0 = 4 + 2e - 2 = \underline{\underline{2 + 2e}} = \underline{\underline{2(1 + e)}} \end{aligned}$$

- b) Den skraverte flaten dreies om y -aksen. Finn volumet av det omdreingslegemet som da framkommer.

$$V = \int_0^2 2\pi x \cdot f(x) dx = 2\pi \int_0^2 x(2 + e^{\frac{1}{2}x}) dx = 2\pi \int_0^2 2x dx + 2\pi \int_0^2 x e^{\frac{1}{2}x} dx$$

For oversiktens skyld behandler vi disse to integralene separat.

Det første integralet gir

$$2\pi \int_0^2 2x dx = 2\pi [x^2]_0^2 = 2\pi \cdot (2^2 - 0^2) = \underline{8\pi}$$

Det andre integralet må vi behandle ved delvis integrasjon:

$$2\pi \int_0^2 x e^{\frac{1}{2}x} dx$$

Vi velger å kalle

$$u' = e^{\frac{1}{2}x} \text{ og } v = x$$

som gir

$$u = 2e^{\frac{1}{2}x} \text{ og } v' = 1$$

Delvis integrasjon gir da

$$2\pi \int_0^2 x e^{\frac{1}{2}x} dx = 2\pi \left[x \cdot 2e^{\frac{1}{2}x} \right]_0^2 - 2\pi \int_0^2 2e^{\frac{1}{2}x} dx =$$

$$4\pi(2e^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 0 \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot 0}) - 4\pi \int_0^2 e^{\frac{1}{2}x} dx =$$

$$8\pi e - 4\pi \left[2e^{\frac{1}{2}x} \right]_0^2 =$$

$$8\pi e - 8\pi(e^1 - e^0) =$$

$$8\pi e - 8\pi e + 8\pi = \underline{8\pi}$$

Volumet er summen av disse to integralene, og følgelig

$$V = 8\pi + 8\pi = \underline{\underline{16\pi}}$$

Oppgave 2

Begrunn at følgende rekke konvergerer, og finn summen:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{3^n} + \frac{2}{4^n} \right) = 3 + \frac{1}{6} + \frac{17}{72} - \frac{5}{864} + \dots$$

Denne rekken består av summen to rekker som hver for seg er geometriske. Den første

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$$

er en geometrisk rekke med første ledd $a = 1$ og kvotient $k = -\frac{1}{3}$. Siden tallverdien til kvotienten er mindre enn 1, er rekken konvergent.

Den andre rekken er

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4^n} = \frac{2}{1} + \frac{2}{4} + \frac{2}{16} + \dots$$

Dette er også en geometrisk rekke med $a = 2$ og $k = \frac{1}{4}$. Også her er tallverdien til kvotienten mindre enn 1, og denne er følgelig også konvergent.

Summen av to konvergente rekker, er konvergent, og summen kan vi finne ved å addere summene (se f. eks. teorem 13.5, s. 238 i læreboka).

Summen av en konvergent, uendelig geometrisk rekke, er gitt ved

$$S = \frac{a}{1-k}$$

Summen av den første rekken er følgelig

$$S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

Summen av den andre rekken er

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4^n} = \frac{2}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$$

Summen av rekken som helhet er følgelig

$$S = S_1 + S_2 = \frac{3}{4} + \frac{8}{3} = \frac{9}{12} + \frac{32}{12} = \frac{41}{12} \approx 3.42$$

Oppgave 3

La $A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ og $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$ være to basiser for det euklidske rommet $\mathbb{R}^2$.

Gitt følgende vektor i basis B :

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Finn koordinatene til denne vektoren både i standardbasis og i basis A .

Vi kan finne koordinatene i standardbasis ved å danne koordinatskiftematriksen til basis B , U_B , som har basisvektorene som kolonnevektorer, altså

$$U_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Da har vi sammenhengen

$$\mathbf{x}_S = U_B \mathbf{x}_B$$

Vi finner da

$$\mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) \\ 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-2 \\ -1+4 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}}}$$

Det er også mulig å regne ut denne ved å regne slik (som jo strengt tatt er det samme regnestykket, selv om det settes opp på en litt annen måte): Vi tar -1 av den første basisvektoren og legger til -2 av den andre basisvektoren (som angitt i $\mathbf{x}_B$):

$$\mathbf{x}_S = (-1) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (-2) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-2 \\ -1+4 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}}}$$

Skal vi finne denne vektoren i basis A , kan vi først finne koordinatskiftematriksen mellom basis A og standardbasis:

$$U_A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Vi har da sammenhengen

$$\mathbf{x}_S = U_A \mathbf{x}_A$$

som gir

$$\mathbf{x}_A = U_A^{-1} \mathbf{x}_S$$

Vi finner

$$U_A^{-1} = \frac{1}{1 \cdot 1 - (-2) \cdot 3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Vi får da

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_A = U_A^{-1} \mathbf{x}_S &= \frac{1}{7} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 3 \\ (-3) \cdot (-3) + 1 \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -3+6 \\ 9+3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix}}} \end{aligned}$$

Oppgave 4

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -7 \end{bmatrix}$$

Den reduserte trappeformen til A er

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Finn en basis for nullrommet til A .

En basis for nullrommet finner vi ved å løse ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Fordi siste rekke i den reduserte trappeformen inneholder bare nuller, har vi en fri variabel, og setter for eksempel variabelen $x_3 = t$. Rekke 2 i den reduserte trappeformen gir da

$$x_2 - 2x_3 = 0$$

og altså

$$x_2 = 2x_3 = 2t$$

Rekke 1 gir

$$x_1 + x_3 = 0$$

og altså

$$x_1 = -x_3 = -t$$

Løsningen på ligningssystemet er følgelig

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -t \\ 2t \\ t \end{bmatrix} = t \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dette innebærer at en basis for nullrommet er

$$\underline{\underline{\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}}}$$

(enhver vektor som er parallell med denne kan også være en basis for nullrommet)

b) Finn en basis for kolonnerommet til A .

I den reduserte trappeformen ser vi at kolonne 1 og 2 har ledende elementer. Disse kolonnene kan derfor bruke som basis for kolonnerommet, og en basis blir derfor:

$$\underline{\underline{\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}}}$$

c)

i) Begrunn at kolonnevektorene i matrise A lineært avhengige.

Dette kan begrunnes på flere måter, og vi godtar alle fornuftige begrunnelser.

En begrunnelse er at siden den reduserte trappeformen har en rekke som er bare nuller, vil determinanten til matrisen som er på redusert trappeform, være null. Og to rekkeekvivalente matriser har samme determinant (med mulighet for at fortegnet kan ha blitt endret), og determinanten til A er derfor også null. At determinanten til en matrise er null, innebærer at kolonnevektorene i matrisen er lineært avhengige.

En annen begrunnelse er at kolonnerommet er todimensjonalt (siden basis for kolonnerommet består av to vektorer). I et todimensjonalt rom kan vi maksimalt ha to lineært uavhengige vektorer, og de tre kolonnevektorene kan derfor ikke være lineært uavhengige.

En tredje begrunnelse er at ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har ikke-trivielle løsninger, som vi så i a).

- ii) *Uttrykk den første kolonnevektoren som en lineærkombinasjon av de to andre.*
Dette kan også gjøres på flere måter.
Det enkleste er trolig følgende:

Vi kaller de tre kolonnevektorene for $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -7 \end{bmatrix}$.

Ettersom disse tre vektorene er lineært avhengige, kan man finne en lineærkombinasjon av dem som er lik nullvektor. Altså at

$$k_1 \cdot \mathbf{v}_1 + k_2 \cdot \mathbf{v}_2 + k_3 \cdot \mathbf{v}_3 = \mathbf{0}$$

Kaller vi vektoren av k -er for $\mathbf{k}$, kan vi skrive dette ligningssystemet som

$$A\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Vi kan altså finne k -ene ved å løse dette ligningssystemet. Og dette ligningssystemet løste vi da vi fant nullrommet i spørsmål a) – selv om vi der kalte vektoren av de ukjente for $\mathbf{x}$ istedenfor $\mathbf{k}$. Der fant vi at

$$\mathbf{k} = t \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Alle verdier av t vil gi løsning. Velger vi $t = 1$, får vi følgende verdier:

$k_1 = -1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 1$. Dersom vi setter disse verdiene inn i uttrykket

$$k_1 \cdot \mathbf{v}_1 + k_2 \cdot \mathbf{v}_2 + k_3 \cdot \mathbf{v}_3 = \mathbf{0}$$

får vi altså

$$-\mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 = \mathbf{0}$$

Løsningen blir derfor

$$\mathbf{v}_1 = 2\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 = 2 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -7 \end{bmatrix}$$

Oppgave 5

Gitt matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

og vektorene

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- a) Matrisen A representerer en lineærtransformasjon, T . Finn bildet av vektoren $2\mathbf{v} - \mathbf{u}$ under transformasjonen T (altså: hvordan blir vektoren etter transformasjonen).

Vi finner først vektoren $2\mathbf{v} - \mathbf{u}$:

$$2\mathbf{v} - \mathbf{u} = 2 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 - (-3) \\ 2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Så transformerer vi denne vektoren:

$$T(2\mathbf{v} - \mathbf{u}) = T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + (-6) \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 + (-5) \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - 6 \\ 2 - 5 \end{bmatrix} =$$

$$\underline{\underline{\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}}}$$

- b) Finn egenverdiene og egenvektorsettene til lineærtransformasjon T .

Vi må først finne egenverdiene. Disse finner vi ved

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 - \lambda & -6 \\ 2 & -5 - \lambda \end{vmatrix} = (2 - \lambda)(-5 - \lambda) - (-6) \cdot 2 =$$

$$-10 - 2\lambda + 5\lambda + \lambda^2 + 12 = \lambda^2 + 3\lambda + 2$$

Vi får derfor følgende karakteristiske ligning:

$$\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$$

som gir følgende egenverdier

$$\lambda = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = \underline{\underline{-1}}$$

$$\lambda_2 = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = \underline{\underline{-2}}$$

Egenvektorsettet er løsningen på ligningen $A\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$, som kan omskrives som $(A - \lambda I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Egenvektorsett tilhørende egenverdi $\lambda_1 = -1$ blir derfor løsningen av det homogene ligningssystemet

$$(A - (-1) \cdot I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

Koeffisientmatrisen til dette ligningssystemet blir

$$\begin{bmatrix} 2+1 & -6 \\ 2 & -5+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

Vi løser så ligningssystemet på vanlig måte ved å bringe koeffisientmatrisen på trappeform:

$$\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \quad R_1' = \frac{1}{3} R_1$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2' = R_2 - 2R_1$$

Her får vi én fri variabel, og vi setter $x_2 = t$. Rekke 1 gir da

$$x_1 - 2x_2 = 0$$

$$x_1 = 2x_2 = 2t$$

Egenvektorsettet tilhørende egenverdi $\lambda_1 = -1$ er følgelig

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2t \\ t \end{bmatrix} = t \cdot \underline{\underline{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}}} \quad t \neq 0$$

Egenvektorsett tilhørende egenverdi $\lambda_1 = -2$ er løsningen av det homogene ligningssystemet

$$(A - (-2) \cdot I)\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

Koeffisientmatrisen til dette ligningssystemet blir

$$\begin{bmatrix} 2+2 & -6 \\ 2 & -5+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Vi får da

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \quad R_1' = \frac{1}{2} \cdot R_1$$
$$\sim \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2' = R_2 - R_1$$

Vi får én fri variabel, og setter $x_2 = s$. Rekke 1 gir da

$$2x_1 - 3x_2 = 0$$

$$2x_1 = 3x_2$$

$$x_1 = \frac{3}{2}x_2 = \frac{3}{2}s$$

Egenvektorsettet tilhørende egenverdi $\lambda_1 = -2$ er følgelig

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}s \\ s \end{bmatrix} = s \cdot \underline{\underline{\begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \end{bmatrix}}} \quad s \neq 0$$

eller, dersom vi ønsker å unngå brøker i vektoren kan vi, siden s er vilkårlig, skrive den som

$$\mathbf{x} = r \cdot \underline{\underline{\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}}} \quad r \neq 0$$

Oppgave 6

Finn løsningen til følgende differensialligning med grenseverdien $y(0) = 0$.

$$y' + (\cos x)y = 2xe^{-\sin x}$$

Her kan vi bruke metoden med integrerende faktor. Ligningen er alt på standardform.

Vi integrerer faktoren foran y , altså $\cos x$:

$$\int \cos x \, dx = \sin x$$

Så eksponentierer vi denne for å finne integrerende faktor:

$$\rho = e^{\sin x}$$

Vi ganger hele ligningen med denne, og får:

$$e^{\sin x} y' + e^{\sin x} (\cos x)y = e^{\sin x} 2xe^{-\sin x}$$

Vi kan nå forenkle venstre side til $(e^{\sin x} y)'$. På høyre side observerer vi at $e^{\sin x} \cdot e^{-\sin x} = e^{\sin x - \sin x} = e^0 = 1$. Ligningen kan derfor skrives

$$(e^{\sin x} y)' = 2x$$

Integrerer vi så begge sider med hensyn på x , får vi

$$\int (e^{\sin x} y)' \, dx = \int 2x \, dx$$

$$e^{\sin x} y = x^2 + C$$

Så løser vi med hensyn på y ved å gange uttrykket med $e^{-\sin x}$:

$$\underline{y = (x^2 + C)e^{-\sin x}}$$

Vi benytter så grensebetingelsen $y(0) = 0$ for å bestemme C :

$$(0^2 + C)e^{-\sin 0} = 0$$

Siden $\sin 0 = 0$ gir dette

$$Ce^0 = 0$$

og altså

$$C = 0$$

Løsningen blir derfor

$$\underline{\underline{y = x^2 e^{-\sin x}}}$$

Oppgave 7

Bruk laplacetransformasjonen til å løse følgende initialverdiproblem:

$$y'' + y' - 6y = 2\delta(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -10$$

Laplacetransformerer vi diff.ligningen, får vi

$$s^2 Y - s \cdot 1 - (-10) + sY - 1 - 6Y = 2$$

Flytter vi alle ledd som ikke inneholder Y over på høyre side, får vi

$$s^2 Y + sY - 6Y = 2 + s - 10 + 1$$

Vi trekker Y utenfor en parentes på venstre side, og får

$$(s^2 + s - 6)Y = s - 7$$

Så deler vi ligningen på uttrykket i parentesen, og får

$$Y(s) = \frac{s - 7}{s^2 + s - 6}$$

Vi ser så om nevneren har reelle røtter:

$$s^2 + s - 6 = 0$$

$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

Vi ser at nevneren har røttene

$$s = \frac{-1+5}{2} = 2 \quad \text{og} \quad s = \frac{-1-5}{2} = -3$$

Siden nevneren har reelle røtter, kan vi delbrøkkoppspalte uttrykket:

$$\frac{s - 7}{s^2 + s - 6} = \frac{A}{s - 2} + \frac{B}{s + 3}$$

Ganger vi nå begge sider av dette uttrykket med $(s-2)(s+3)$ får vi

$$s-7 = A(s+3) + B(s-2)$$

Vi kan nå bestemme A og B ved å sette inn ulike verdier for s .

Setter vi inn $s = 2$ får vi

$$2-7 = A(2+3) + B(2-2)$$

dvs.

$$-5 = 5A$$

som gir

$$\underline{A = -1}$$

Setter vi inn $s = -3$ får vi

$$-3-7 = A(-3+3) + B(-3-2)$$

dvs.

$$-10 = -5B$$

som gir

$$\underline{B = 2}$$

Vi kan altså omforme uttrykket for Y slik:

$$Y(s) = \frac{s-7}{s^2+s-6} = -\frac{1}{s-2} + \frac{2}{s+3}$$

Vi finner så y ved å finne inverstransformen til dette uttrykket:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(Y) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s-7}{s^2+s-6}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(-\frac{1}{s-2} + \frac{2}{s+3}\right) =$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(-\frac{1}{s-2}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s+3}\right) =$$

$$-\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right) + 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+3}\right) =$$

$$-e^{2t} + 2e^{-3t} =$$

$$\underline{\underline{2e^{-3t} - e^{2t}}}$$