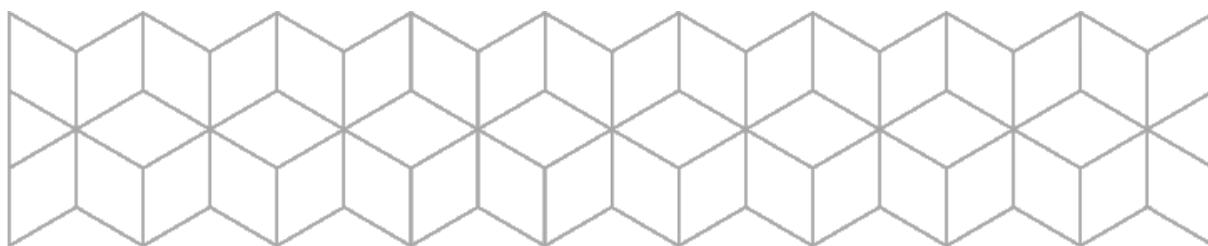


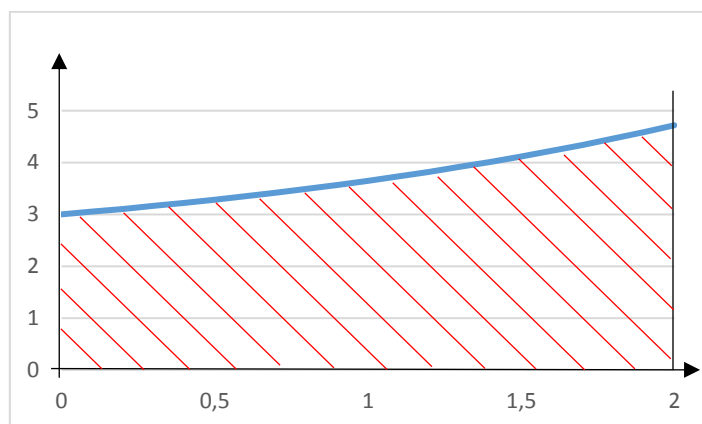
EKSAMEN

Emnekode: ITD15013	Emnenavn: Matematikk 1 – andre deleksamen
Dato: 18. mai 2016	Eksamenstid: 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. Kalkulator er ikke tillatt.	Faglærer: Christian F Heide
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og to vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Oppgavesettet består av 7 oppgaver med i alt 11 deloppgaver. Ved sensur vil alle deloppgaver telle omtrent like mye. Der det er mulig skal du: • vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene • begrunne dine svar	
Sensurfrist: 8. juni 2016 Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb	



Oppgave 1

Figuren under viser grafen til funksjonen $f(x) = 2 + e^{\frac{1}{2}x}$.



- a) Finn arealet av flaten under denne grafen mellom $x = 0$ og $x = 2$, altså arealet av det skraverte området.
- b) Den skraverte flaten dreies om y -aksen. Finn volumet av det omdreingslegemet som da framkommer.

Oppgave 2

Begrunn at følgende rekke konvergerer, og finn summen:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{3^n} + \frac{2}{4^n} \right) = 3 + \frac{1}{6} + \frac{17}{72} - \frac{5}{864} + \dots$$

Oppgave 3

La $A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ og $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$ være to basiser for det euklidske rommet $\mathbb{R}^2$.

Gitt følgende vektor i basis B :

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Finn koordinatene til denne vektoren både i standardbasis og i basis A .

Oppgave 4

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -7 \end{bmatrix}$$

Den reduserte trappeformen til A er

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) Finn en basis for nullrommet til A .
- b) Finn en basis for kolonnerommet til A .
- c)
 - i) Begrunn at kolonnevektorene i matrise A lineært avhengige.
 - ii) Uttrykk den første kolonnevektoren som en lineærkombinasjon av de to andre.

Oppgave 5

Gitt matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

og vektorene

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- a) Matrisen A representerer en lineærtransformasjon, T . Finn bildet av vektoren $2\mathbf{v} - \mathbf{u}$ under transformasjonen T (altså: hvordan blir vektoren etter transformasjonen).
- b) Finn egenverdiene og egenvektorsettene til lineærtransformasjon T .

Oppgave 6

Finn løsningen til følgende differensialligning med grenseverdien $y(0) = 0$.

$$y' + (\cos x)y = 2xe^{-\sin x}$$

Oppgave 7

Bruk laplacetransformasjonen til å løse følgende initialverdiproblem:

$$y'' + y' - 6y = 2\delta(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -10$$

Vedlegg 1: Laplacetransformasjonen – formelliste

Definisjon av laplacetransformasjonen: $Y(s) = \mathcal{L}(y(t)) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt$

$y(t)$	$Y(s) = \mathcal{L}(y(t))$	Konvergensområde/ kommentar
1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
$t^n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
$t^n e^{at} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$y(t) e^{at}$	$Y(s-a)$	
$u(t-a)$	$\frac{1}{s} e^{-as}$	Enhetssprang
$y(t-a) u(t-a)$	$e^{-as} Y(s)$	
$\delta(t-a)$	e^{-as}	Enhetspuls (Diracs delta)

Derivasjon og integrasjon:

$$\mathcal{L}(y'(t)) = sY - y(0)$$

$$\mathcal{L}(y''(t)) = s^2 Y - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\left(\int_0^t y(u) du\right) = \frac{1}{s} Y$$

Vedlegg 2: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler

