

Eksamen - Matematikk 1

Monica Kristiansen

2013-05-14

Oppgave 1

a) Identifiser først hvilken type differensiallikning som er gitt nedenfor, og finn deretter den bestemte løsningen.

$$y'' - 3y' - 4y = 0 \quad y(0) = 0, y'(0) = 5$$

b) Et kjøttstykke med temperatur $20^{\circ}C$ settes inn i en stekeovn med temperatur $60^{\circ}C$. Etter 4 timer har temperaturen på kjøttstykket steget til $40^{\circ}C$. Hvor lang tid tar det til kjøttstykket har en temperatur på $55^{\circ}C$, når du vet at forandringen av temperaturen i et legeme per tidsenhet er proporsjonal med temperaturforskjellen mellom legemet (kjøttstykket) og omgivelsene (stekeovnen).

(Hint: Ikke prøv å regne ut logaritmene, men forkort ved å benytte regneregler for logaritmer.)

Oppgave 2

Følgende tabell viser gjennomsnittlig antall festedager per år for studenter ved HiØ sett i forhold til hvilken aldersgruppe studentene tilhører.

Gjennomsnittlig antall festedager per år (y)	100	90	80	60
Aldersgruppe (x)	1 (19-24 år)	2 (25-29 år)	3 (30-34 år)	4 (35 år ++)

a) Bestem en lineær modell som beskriver sammenhengen mellom aldersgruppe (x) og gjennomsnittlig antall festedager per år (y).

b) Skisser løsningen grafisk.

Oppgave 3

a) Danner vektorene $\mathbf{u}_1$ og $\mathbf{u}_2$ en basis for R^2 ?

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

I Halden har vi to treningssentre, Spenst og Family Sports Club. Spenst mister årlig 10 % av kundene sine til Family Sports Club, mens Family Sports Club årlig mister 15 % av kundene sine til Spenst. På nåværende tidspunkt har Spenst 80 % av kundene.

b) Bestem en sannsynlighetsteoretisk matrise som beskriver hvordan kundene flytter mellom de to treningssentrene. Kall denne matrisen P .

c) Sett opp en sannsynlighetsvektor som beskriver hvordan kundene fordeler seg på nåværende tidspunkt. Kall denne vektoren $\mathbf{x}_0$.

d) Egenverdiene til matrisen P funnet i b) er $\lambda_1 = 1$ og $\lambda_2 = 0.75$. Finn en egenvektor fra hvert av de tilhørende egenvektorsettene.

e) Bestem hvordan kundene vil fordele seg over tid ved å benytte egenverdiene og de tilhørende egenvektorene funnet i d), når du vet at $\mathbf{x}_{k+1} = P\mathbf{x}_k$.

(Hint: Benytt basisskifte.)

Oppgave 4

a) Finn Taylorpolynomet av tredje grad om punktet $a = \pi$ for følgende funksjon:

$$f(x) = \tan(x)$$

b) I en geometrisk rekke med både positive og negative ledd er det andre leddet lik 1 og det fjerde leddet lik $\frac{1}{4}$. Finn rekkens sum.