

EKSAMEN – Ny og utsatt

Emnekode: ITD15013	Emne: Matematikk 1 – første deleksamen
Dato: 4. juni 2015	Eksamenstid: 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. Kalkulator er ikke tillatt .	Faglærer: Christian F Heide
Eksamensoppgaven: Oppgavesettet består av 5 sider inklusiv denne forsiden og et vedlegg på én side. Kontroller at oppgavesettet er komplett. Oppgavesettet består av 13 oppgaver. Ved sensur vil alle oppgaver telle like mye. Der det er mulig skal du: • vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene • begrunne dine svar, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål	
Sensurdato: Torsdag 25. juni 2015 Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb	

Oppgave 1

To punkter i $\mathbb{R}^3$ er gitt ved koordinatene $P(-4, 2, 3)$ og $Q(-2, 1, 5)$.

Finn avstanden mellom punktene P og Q .

Oppgave 2

Gitt følgende vektorer i $\mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\mathbf{w} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

Finn $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$.

Oppgave 3

Det komplekse tallet z er gitt ved

$$z = e^{i\pi} + e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}$$

Skriv tallet z på kartesisk form.

Oppgave 4

Funksjonen f er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin 2x} - 1}{x} & \text{når } x \neq 0 \\ 0 & \text{når } x = 0 \end{cases}$$

Er funksjonen kontinuert i $x = 0$? Begrunn svaret.

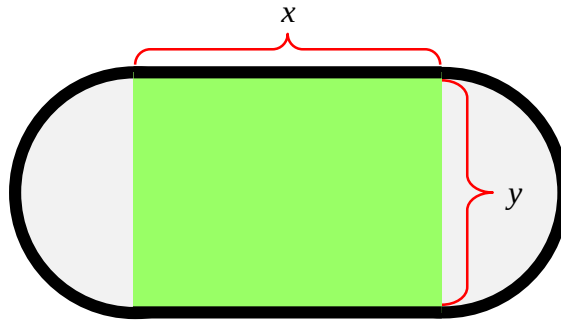
Oppgave 5

Finn eventuelle asymptoter til følgende funksjon:

$$f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2 - 4}$$

Oppgave 6

Et stadion skal designes. Løpebanen (markert med svart på figuren nedenfor) skal som vanlig bestå av to langsider forbundet med svinger. Langsidene skal være rette linjer av lengde x . Svingene skal bestå av halvsirkler med diameter y , som vist på figuren. Innenfor løpebanen skal det også være en rektangulær gressplen. Denne er markert med grønn farge i figuren. Gressplenen får da en lengde x og en bredde y .



En runde på løpebanen skal være 400 meter. Vi ønsker imidlertid å designe stadionet slik at arealet av gressplenen blir så stort som mulig.

Forklar at lengden av løpebanen er gitt ved $\pi y + 2x$, og finn så den verdien av x vi bør velge for at gressplenen skal få maksimalt areal.

Oppgave 7

Deriver følgende funksjon.

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot (1 - \cos x)$$

Oppgave 8

Deriver følgende funksjon. Hint: benytt logaritmisk derivasjon.

$$f(x) = x^{\cos x}$$

Oppgave 9

Følgende ligning beskriver en kurve i planet:

$$x(y+1) + e^y = 2$$

Vis at punktet $(1, 0)$ ligger på kurven, og finn ligningen til kurvens tangent i dette punktet.

Oppgave 10

En funksjon f er definert på intervallet $[0, 1]$ ved

$$f(x) = e^{-x^2}$$

Denne funksjonen har en invers funksjon, f^{-1} . Finn definisjonsmengden og funksjonsuttrykket til denne inverse funksjonen.

Oppgave 11

Finn følgende ubestemte integral:

$$\int (1 - x^2) e^x dx$$

Oppgave 12

Finn følgende ubestemte integral:

$$\int e^x \sqrt{1 + e^x} dx \quad (\text{Hint: bruk substitusjon})$$

Oppgave 13

En funksjon av to variable er gitt ved

$$z = f(x, y) = 2x^3y + xy^3 - 3x^2 + y$$

og er definert for alle reelle x og y .

Finn de partiellderiverte av 1. og 2. orden, altså

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \text{ og } \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$

Vedlegg: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler

